



ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ТЕОРІЯ — розділ математики, у якому досліджують поведінку траєкторій з часом. Динамічна система (ДС) — математична модель, що складається з множини станів системи — точок деякого (абстрактного) простору ξ , який називають фазовим простором, — та закону, що визначає еволюцію станів за час t , — відображення Φ_t простору ξ в ξ . Простір та відображення завжди задовольняють певні умови. Найчастіше фазовим простором є n -вимірний (евклідов) простір, а відображення Φ_t є неперервними чи диференційовними і утворюють групу відносно t , тобто $\Phi_{t_3+t_2} = \Phi_{t_1}(\Phi_{t_2})$. Кожному (початковому) стану x з X відповідає траєкторія — множина $\{\Phi_t(x) | t \geq 0\}$. Д. с. т. є теор. базою для різноманіт. моделей у фізиці, біології, економіці. Виникла на поч. 20 ст. як інструмент для дослідж. зв'язків диференціаль. рівнянь (див. [Диференціальних рівнянь теорія](#)). Основи Д. с. т. заклали франц. математик А. Пуанкаре і амер. Дж. Біркгофф, останній написав монографію «Dynamical Systems» («Динамічні системи», 1928). Поряд із класич. напрямками Д. с. т. — тополог., диференціаль. та символічною динаміками, ергодич. теорією — нині постали нові — комбінаторна та алгебраїчна динаміки. ДС може визначатися диференціаль. рівняннями, тоді час змінюється неперервно. Проте часто є сенс досліджувати ДС з дискретним часом, у якій складну поведінку траєкторій можна спостерігати навіть у одновимірному просторі, а коли час неперервний, — лише починаючи з тривимір. простору. Для дослідж. регуляр. динаміки достатньо таких понять, як стала або періодична траєкторія (цикл) і траєкторія, асимптотично стала або асимптотично періодична, тобто така, що наближається до перших, коли час зростає. Для опису складної динаміки у 1960–70-х рр. введено нові поняття — «фрактал», «дивний аттрактор», «чутлива залежність від початкових умов», «хаос». Поняття фрактала як об'єкта, що має дробову розмірність, запропонував польс. математик Б. Мандельброт. Завдяки бельг.-франц. фізику Д. Рюеллю і нідерланд. математику Ф. Такенсу, котрі вивчали можливості моделювання турбулентності, з'явилось поняття дивного аттрактора як об'єкта, що притягує до себе траєкторії і має складну геом. будову, найчастіше є фракталом. Як виявив амер. математик і метеоролог Е. Лоренц, у моделях атмосфери доводиться мати справу з т. зв. чутливою залежністю від початкових умов: траєкторії, дуже близькі спочатку, можуть швидко розійтися і опинитися у зовсім різних частинах простору, — у зв'язку з цим з'явився термін «ефект метелика». Ще одне важливе поняття — хаос, або хаотична ДС, як ДС, в якій присутній хаос. Нині існує багато матем. означень

хаосу, проте всі вони (використовуючи різні спец. терміни — тополог. ентропія, інваріантна міра тощо) констатують наявність у ДС великої кількості траєкторій з різноманіт. асимптот. поведінкою.

Велику роль у розвитку Д. с. т. відіграли й укр. математики. Перший важливий внесок зробили у серед. 1930-х рр. [М. Крилов](#) і [М. Боголюбов](#), встановивши фундам. факт: кожна ДС на компакт. просторі має інваріантну міру. Від 60-х рр. Д. с. т. почали активно розвивати в Ін-ті математики АН УРСР (Київ), де закладено основи тополог. теорії одновимірних ДС, яка нині є одним із найефективніших інструментів дослідж. різноманіт. еволюц. задач. У наук. літ-рі широко вживані такі терміни, як «теорема Шарковського» та «впорядкування Шарковського». Саме це впорядкування натурал. чисел, введене при дослідж. співіснування період. траєкторій, часто характеризує еволюцію ДС, перехід від простої поведінки її траєкторій до складної. Із теоремою Шарковського пов'язане започаткування нового напрямку в Д. с. т. — комбінатор. динаміки. Завдяки дослідж. нескінченновимірних ДС [О. Шарковським](#) і [О. Романенко](#) засн. теорію різницевих рівнянь з неперерв. часом; вивчення ж неліній. задач матем. фізики дало змогу з'ясувати матем. закономірності самозародження хаотич. еволюцій у детермінованих системах (автостохастичності) і виявити матем. механізми одного з найскладніших природ. феноменів — турбулентності, зокрема каскад. процесу утворення когерент. структур аж до формування з часом фрактальних структур, що дало підстави для введення поняття «ідеальна турбулентність». О. Шарковський та його учні отримали також результати у тополог. динаміці: знайдено типи глобал. стійкості, характерні для майже кожної ДС; встановлено точні оцінки тополог. складності множин, утворених траєкторіями з різною поведінкою, показано, що більшість із цих оцінок застосовні і для одновимірних ДС; знайдено критерії простоти й складності ДС. Крім того, досліджено властивості топологічно транзитивних і мін. ДС, зокрема з'ясовано зв'язки між мінімальністю, оборотністю та відкритістю відображень, а також зв'язки між різними поняттями хаосу ([С. Коляда](#)), закладено основи теорії трикут. неперервних відображень.

Від 70-х рр. у Фіз.-тех. інституті низьких т-р АН УРСР (Харків) працює створена [В. Голодцем](#) школа з ергодич. теорії — теорії ДС з інваріант. мірою. Зокрема представники цієї школи дослідили умови траєктор. еквівалентності ергодич. ДС, властивості квант. динаміч. ентропії для спец. класів ДС. У Харків. університеті для дисипатив. нескінченновимірних ДС розроблено нові методи дослідж. глобал. аттракторів,

зокрема їхніх тополог. та фрактал. розмірностей; досліджено вплив стохаст. збурень на поведінку системи та на можливість синхронізації її підсистем (І. Чуєшов). Результати цих дослідж. застосовано у теорії неліній. коливань, гідродинаміці, хіміч. кінетиці. У Київ. університеті розвивають алгебраїчну динаміку (В.

Некрашевич, В. Суцанський та ін.). Дослідж. класів багатозначних ДС, що породжуються еволюц. нескінченновимірними об'єктами без єдиності розв'язку, здійснено у Нац. тех. університеті України «Київ. політех. інститут» під керівництвом В. Мельника.
О. М. Шарковський

Бібліографічний опис:

Динамічних систем теорія / О. М. Шарковський // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2007. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-24339>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).