



ГЕОМЕТРІЯ (від *гео...* і *...метрія*) — галузь математики, що вивчає властивості простору, просторових фігур і співвідношення між ними. Сучас. Г. вивчає різні типи просторів, зокрема і такі, де точками можуть виступати ін. матем. об'єкти (функції чи k -вимірні підпростори), що дає змогу спростити розгляд та зрозуміти сенс матем. понять і взаємовідношення між ними. Г. виникла у зв'язку з практич. потребами людської діяльності. Прибл. у 17 ст. до н. е. в Стародав. Єгипті почали формуватися елементарні поняття про взаємне розташування, форму і розміри тіл, установилися перші закономірності емпірич. характеру. У 7 ст. до н. е. центром розвитку Г. стала Греція. Нагромадження практич. і теор. знань, розробка нових методів доведення, формування абстрагов. від реал. понять про фігуру тверджень, доведень тощо сприяли тому, що Г. поступово набула вигляду досить стрункої системи і у 5 ст. до н. е. виокремилася як самостійна матем. наука. Найвідоміший системат. виклад геом. знань давньогрец. цивілізації міститься в «Основах» Евкліда (бл. 300 р. до н. е.), де використано аксіоматично-дедуктив. метод: вважаючи незапереч. істиною набір із кількох аксіом та постулатів, Евклід вивів з них широке коло заг. геом. фактів, відомих на той час. Таким чином була побудована заг. матем. теорія, яка нині називається елементар. Г. Подальший розвиток Г. пов'язаний з виникненням нових методів обчислення площ і об'ємів (Архімед, 3 ст. до н. е.), Г. коніч. перерізів (Аполлоній, 3 ст. до н. е.), початків тригонометрії (Гіппарх, 2 ст. до н. е.) і Г. на сфері (Менелай, 1 ст. до н. е.). У середні віки та епоху Відродження в Європі розроблено принципово нові алгебраїчні та аналітичні способи доведення. Застосування Р. Декартом (17 ст.) методу координат дозволило оперувати алгебраїч. рівняннями і нерівностями замість звичних геом. об'єктів, а отже — розглядати більш складні геом. фігури, зокрема криві другого порядку (еліпси, параболи, гіперболи, що утворюються при перетині конуса площиною та ін.) і поверхні другого порядку (еліпсоїди, параболоїди, гіперболоїди тощо). Цей напрям Г., сформов. прибл. у серед. 18 ст., дістав назву аналітич. Г. У 17 — 1-й пол. 19 ст. у зв'язку з потребами мистецтва, архітектури та військ. інженерії виникла необхідність у коректному зображенні просторових фігур на площині, що сприяло розвитку проєктив. Г., предметом якої є заг. властивості геом. фігур, які зберігаються при проєктуванні з простору на площину або з однієї площини на ін., та нарисної Г., що вивчає геом. зображення просторових об'єктів (Ж. Дезарг, Б. Паскаль, Г. Монж, Ж. Понселе). Поширення диференціал. числення призвело до виникнення у 18 ст.

(Л. Ейлер, Г. Монж) і подальшого інтенсив. розвитку у 19 ст. (К. Гаусс, О. Бонне, Ж. Лагранж та ін.) одного з напрямів диференціал. Г. — теорії поверхонь, що вже досліджувала достатньо гладкі заг. криві лінії та поверхні у просторі, зокрема довжину кривої, кут між кривими, площу області (внутр.-геом. властивості) на довіл. поверхні; вивчала різноманітні кривини ліній (нормальну, геодезичну) і поверхонь (гауссову, середню); встановлювала зв'язки між зовн. формою поверхні та її внутр. Г.

Загалом Г. розвивалася у напрямку узагальнення й розширення класу об'єктів із застосуванням до їх вивчення різноманіт. нових методів, однак поняття про сам простір, в якому розглядалися ці об'єкти, були незмінними, оскільки основою лишалася евклідова Г., яку беззаперечно вважали єдиною теорією, що коректно відображає геом. властивості реал. світу. Водночас математики намагалися досягти якнайглибшого розуміння підстав евклідової Г., при цьому особливу увагу приділяли 5-му постулату з «Основ» Евкліда про паралел. прямі: «Через точку, що не лежить на прямій, можна провести не більше однієї прямої, паралельної даній». Не маючи очевид. емпірич. обґрунтування, цей постулат вважали наслідком ін. аксіом, тому було здійснено багато невдалих спроб довести його як теорему. Лише 1826 М. Лобачевський за допомогою аксіоматич. підходу побудував нову, неевклідову геом. систему, основу якої склали аксіоми евклідової Г., але 5-й постулат замінений на протилежне йому твердження: «Через точку, що не лежить на прямій, можна провести більше, ніж одну, прямих, паралельних даній». Дедуктивно виводячи з неевклідової системи аксіом різноманітні твердження-наслідки і не виявивши суперечностей, Лобачевський дійшов гіпотетич. висновку, що довести 5-й постулат Евкліда неможливо взагалі — ця аксіома є незалеж. від ін. аксіом. Отже, у розвитку Г. було зроблено принципово новий крок: по-перше, Лобачевський висунув ідею, що разом з евклідовою (класич.) Г. існує ін., неевклідова Г. без будь-яких логіч. суперечностей; по-друге, висловив гіпотезу, що нова геом. система не менш, ніж евклідова, придатна для адекват. описання співвідношень реал. простору і, можливо, точніше відображає властивості реал. об'єктів. Аналогічні висновки незалежно від Лобачевського зробили К. Гаусс (раніше, але неопубл.) і Я. Больяї (опубл. 1832). У 1863 Е. Бельтрамі відкрив, що внутрішня Г. поверхні постійної від'ємної гауссової кривини, напр., псевдосфери, в евклідовому просторі збігається з Г. частини площини Лобачевського, довівши таким чином логічну несуперечливість неевклідової Г. (метод інтерпретацій). Інтерпретацію всієї площини

Лобачевського вперше побудував Ф. Клейн. К. Гаусс інтенсивно розвивав теорію поверхонь в евклідовому просторі та ретельно вивчав їх внутр.-геом. властивості, вивішив зрештою т. зв. блискучу теорему: кривина поверхні як один із елементів її зовн. форми повністю визначається її внутр. властивостями. Узагальнюючи цю теорію, 1854 Б. Ріман запропонував розглядати простір як неперервну сукупність однорід. об'єктів (напр., точок) та висунув ідею кривини простору з довільно заданим законом обчислення відстані «у малому». Створ. на цих принципах напрям був названий рімановою Г., узагальнене поняття простору з досить довільним законом обчислення відстані між близькими об'єктами дістало назву ріманів простір (його частинними випадками є евклідів простір, сфера і простір Лобачевського). Г. Грассман і А. Кейлі у своїх працях заклали основи N-вимірного евклідового простору. Крім того, почалося вивчення різноманіт. ін. груп перетворень простору, відповідно виникли поняття конформного, афінного, проективного просторів, у яких розглядаються лише форми і співвідношення, інваріантні відносно відповідної групи перетворень. 1872 Ф. Клейн вивів заг. (груповий) принцип побудови нових Г. зазначеного типу. Цей принцип використав Е. Картан: застосувавши одночасно ідеї та методи алгебри і ріманової Г., побудував геом. теорію ріманових симетрич. просторів, а також розвинув метод зовн. форм, за яким успішно розв'язують задачі ріманової та диференціал. Г. Ідеї Лобачевського і Рімана щодо неевклідових Г., корінна зміна абстрагов. уявлень про простір та переосмислення фіз. картини всесвіту, зумовлені відкриттям нових явищ, котрих не пояснювали відомі фіз.-матем. теорії, призвело до виникнення на поч. 20 ст. таких напрямів Г., як псевдоріманова Г., спец. теорія відносності (Г.-А. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Айнштайн, Г. Мінковський) і заг. теорія відносності (А. Айнштайн, Д. Гільберт), які стали матем. підґрунтям для відповід. фіз. теорій. Геом. ідеї широко застосовують у фіз. теоріях і понині, зокрема сучасна диференціал. Г. підмноговидів (узагальнення класич. теорії поверхонь за вимірністю) бере участь у моделюванні фіз. феноменів теорії кварків та ін. гіпотетич. елементар. частинок і полів, що виникають у теорії струн і суперструн. Наприкінці 19 — поч. 20 ст. в рамках Г. розвинулася *топологія*, що нині є самостій. наукою. Деякі зв'язки між тополог. структурою замкненої поверхні та її Г. були відомі ще у 19 ст. (зокрема класична теорема Гаусса-Бонне). Адаптація нових тополог. методів (теорії Морса, гомотопіч. груп тощо) дала істот. поштовх для інтенсив. розвитку ріманової Г.

у напрямку подальшого вивчення зв'язків між геом. і тополог. властивостями многовидів. Одним із напрямів сучас. Г. тривимір. простору є т. зв. Г. «у цілому». На відміну від Г. «у малому», що вивчає властивості об'єктів у довільно малому околі точки, Г. «у цілому» аналіт. і синтет. методами досліджує глобал. властивості поверхонь. Цей напрям пов'язаний з працями Ж.-А. Пуанкаре, Д. Гільберта, Г. Вайля, С. Кон-Фоссена, В. Бляшке, О. Александрова, О. Погорєлова, М. Єфимова та ін. На поч. 20 ст. укр. математик Г. Вороний і нім. Г. Мінковський розробили геом. теорію чисел, яка відіграла вагомий роль у розвитку нових напрямів сучас. Г.: геом. моделювання, інж. і комп'ютер. графіки тощо.

Геом. дослідж. проводилися з перших років заснування в Харків. університеті (Ф. Швейкарт, [К. Андреев](#)), у 1-й пол. 20 ст. тут працювали [Д. Синцов](#), [С. Бернштейн](#), нині розробляються питання Г. підмноговидів і ріманової Г. під керівництвом [О. Борисенка](#). 1965-92 університет видавав спеціаліз. ж. «Украинский геометрический сборник». Значний внесок у розвиток Г. «у цілому» зробили вчені геом. школи під керівництвом О. Погорєлова, зокрема доведено можливість побудувати поверхню з наперед заданою (на сфері) внутр. Г. у тривимірному рімановому просторі (узагальн. проблема Вайля), розроблено нелінійну теорію пружних оболонок. Також вагомі результати у Г. отримали вчені Київ. університету ([Б. Букреев](#), [М. Кованцов](#)) і Київ. політех. інституту ([О. Смогоржевський](#)). Від 1995 у Черкас. технол. університеті проводять міжнар. конф. з Г. «у цілому». Фіз.-тех. інститут низьких т-р НАНУ видає ж. «Математическая физика, анализ, геометрия» (від 1993).

Рекомендована література

1. Гильберт Д. Об основаниях геометрии. Москва, 1956;
2. Стройк Д. Коротка історія математики. К., 1960;
3. Погорелов А. В. Геометрические методы в нелинейной теории упругих оболочек. Москва, 1967;
4. Ефимов Н. В. Высшая геометрия. Москва, 1978;
5. Кобаяси Ш., Номидзу Ч. Основы дифференциальной геометрии. Москва, 1981;
6. Берже М. Геометрия. Москва, 1984;
7. Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия: Методы и приложения. Москва, 1985;
8. Борисенко О. А. Дифференциальная геометрия. Х., 1995.

[Ю. А. Амінов](#), [В. О. Горькавий](#)

Бібліографічний опис:

Геометрія / Ю. А. Амінов, В. О. Горькавий // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2006. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-29142>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).