



АРИФМЕТИКА (грец. ἀριθμητική (τέχνη) — мистецтво лічби, вчення про числа, від ἀριθμός — число) — галузь математики, що вивчає числа та їхні властивості. Необхідність рахування предметів призвела до виникнення поняття «натуральне число», яке є осн. у математиці. Множина натурал. чисел позначається $N = \{1, 2, 3, \dots\}$, а множина цілих чисел $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Із розвитком письма різні числа почали записувати у вигляді різних символів. Так зародились непозиц. системи числення: римська система нумерації, алфавітна система та ін. Недоліком непозиц. систем числення є те, що в них не можна здійснювати арифмет. операції. Першою позиц. системою числення була шістдесяткова система стародав. вавилонян (бл. 2 тис. р. до н. е.). Десяткова система вперше виникла в Індії, звідки поширилась в ін. країни. У різний час і в різних народів знаходили застосування ін. позиційні системи числення — двійкова, дванадцяткова, двадцяткова. Нуль як матем. знак виник у Месопотамії і використовувався при записі чисел у позиц. системі числення. Систематично використовувати нуль почали в Індії після введення десяткової системи числення (бл. 500 р. н. е.). Від 3 ст. н. е. грец. математики, зокрема Діофант, використовували від'ємні числа. Їх вивчення почали індій. вчені у 6–11 ст. У Європі лише у 17 ст. остаточно усвідомили рівноправність додатніх і від'ємних чисел (до цього їх називали «меншими від нічого», «безглуздими» тощо). Сучасна побудова від'ємних чисел здійснюється у вигляді упорядкованих пар натур. чисел або додатніх дробів. Ірраціональні числа право на існування вперше здобули в індійських, а пізніше — араб. учених. Європ. математики тільки іноді користувалися іррац. числами, бо майже до кін. 16 ст. вважали їх неповноцінними («глухими», «недійсними», «абсурдними» тощо). Широкого використання іррац. числа набули лише після появи геометрії Декарта (1637). Раціональні числа — відношення цілих чисел або дробів — були відомі ще в Стародав. Єгипті та Вавилоні (2 тис. рр. до н. е.). Десяткові дроби ввів на поч. 15 ст. самарканд. математик аль-Каші. У 5 ст. до н. е. грец. математики довели, що $\sqrt{2}$ не є раціональним числом. Множину дійсних чисел R остаточно побудували німецькі математики К. Вайєрштрасс, Г. Кантор та Р. Дедекінд у 2-й пол. 19 ст. У сучас. термінології множина дійсних чисел R є нескінченним розширенням множини раціональних чисел Q , а множина комплекс. чисел C є двомірним розширенням множини дійсних чисел R . Комплексні числа вперше з'явилися 1545 в книзі Дж. Кардано «Велике мистецтво». Відома теорема нім. математика Фробеніуса (1877) стверджує, що немає скінченних комутатив. розширень множини комплекс.

чисел C , тобто множина C є універсал. числовою множиною, елементи якої називаються числами. Великий внесок у розвиток теорії комплекс. чисел зробив видат. математик 18 ст. Л. Ейлер, який побудував основи теорії конгруенцій. Геом. інтерпретацію комплекс. чисел запропонував нім. математик К. Гаусс, який у праці «Арифметичні дослідження» (1801) заклав основу сучас. теорії чисел, побудував теорію квадратичних лишків і довів квадратичний закон взаємності. Вивчення законів додавання та множення комплекс. чисел дало змогу довести т. зв. правило знаків, згідно з яким $a \cdot (-b) = (a \cdot b)$ та $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$, для будь-яких комплекс. чисел a і b .

Сучасну А. часто ототожнюють з теорією чисел, що поділяється на елементарну теорію чисел, в якій вивчають властивості цілих чисел Z (алгоритм Евкліда для знаходження найбільшого спільного дільника, решето Ератосфена, конгруенції, діофантові рівняння, подільність, розклад на прості числа та ін.) та теорію алгебричних чисел, яка вивчає скінченні розширення поля раціональних чисел. Ця теорія виникла у зв'язку зі спробами доведення Великої теореми Ферма — твердження, що для довільного натурал. числа $n > 2$ рівняння $x^n + y^n = z^n$ не має розв'язків у натуральних числах. П. Ферма написав це твердження (бл. 1630) на полях книги «Арифметика» Діофанта, додавши, що йому відоме доведення, однак поля книжки замалі, щоб умістити це доведення. Частинні випадки Великої теореми Ферма довели Л. Ейлер ($n=5$, 1770), П. Діріхле та А. Лежандр ($n=7$, 1825).

Застосовуючи методи теорії алгебрич. чисел, нім. математик Е. Куммер у 1850 довів Велику теорему Ферма для всіх простих чисел $p < 100$. На поч. 90-х рр. 20 ст. англ. математик Е. Вайлс довів Велику теорему Ферма, спираючись на потужні неелементарні методи алгебрич. геометрії та сучас. теорії чисел. Наприкінці 19 — поч. 20 ст. дослідження у галузі арифмет. теорії квадратич. форм проводив видатний укр. математик **Г. Вороний**. Вагомий внесок у розвиток теорії чисел зробив **Б. Делоне**. Розділ теорії чисел, осн. твердження якого одержують за допомогою методів матем. аналізу, має назву аналіт. теорії чисел. Фундам. внесок у цей розділ зробив Г. Вороний. Його роботи стали осн. віхою при розв'язанні числен. адитивних задач (І. Виноградов, Г. Гарді, Дж. Літлвуд). Г. Вороний разом з Г. Мінковським є засновником геом. теорії чисел. Праця Г. Вороного «Исследования о примитивных параллелоэдрах» (С.-Петербург, 1908) — одне з найглибших світ. досягнень геометрії чисел. Після неї в математику ввійшли терміни «діаграми Вороного», «клітина Вороного», «розбиття Вороного», «мозаїки Вороного». В Україні аналіт. теорію

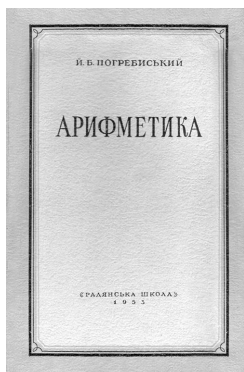
чисел розробляє [П. Варбанець](#). Різним арифмет. питанням присвячені праці [Ю. Дрозда](#), [П. Гудівка](#), [В. Андрійчука](#), [О. Кужеля](#) та їхніх учнів.

Рекомендована література

1. Арнольд И. В. Теоретическая арифметика. Москва, 1939;
2. Вороной Г. Ф. Собрание сочинений: В 3-х т. К., 1952–53;
3. Погребиський Й. Б. Арифметика. К., 1953;
4. Хассе Г. Лекции по теории чисел / Пер. с нем. Москва, 1953;
5. Гонин Е. Г. Теоретическая арифметика. Москва, 1959;
6. Депман И. Я. История арифметики. Москва, 1965;
7. Кужель О. В. Основы арифметики. К., 1965;
8. Калужнин Л. А. Основная теорема арифметики. Москва, 1969;
9. Бородин О. І. Теорія чисел. К., 1970;
10. Боревиц З. И., Шафаревич И. Р. Теория чисел. Москва, 1972;
11. Завало С. Т., Костарчук В. М., Хацет Б. І. Алгебра і теорія чисел: В 2 т. К., 1974;
12. 1976;
13. Кужель О. В. Розвиток поняття про число. Ознаки подільності. Досконалі числа. К., 1974;
14. Нечаев В. И. Числовые системы. Москва, 1975;
15. Бельский А. А., Калужнин Л. А. Деление с остатком. К., 1977;
16. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. Москва, 1980;
17. Постников М. М. Введение в теорию алгебраических чисел. Москва, 1982;
18. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Москва, 1987. Т. 1;
19. Дрозд Ю. А. Теорія алгебричних чисел. К., 1997;
20. С. J. Mozzochi. The Fermat Diary. Princeton, 2000.

[В. В. Кириченко](#)

Фотоілюстрації



Бібліографічний опис:

Арифметика / В. В. Кириченко // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2001. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-43227>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).