



МАТЕМАТИЧНА КІБЕРНЕТИКА — наука про математичні методи керування складними системами, роль **інформації** в цьому процесі, її зберігання, перетворення, накопичення та передавання (див. також **Кібернетика**, **Математика**, **Автоматизована система керування**). Предметом вивчення є широкий спектр об'єктів у багатьох сферах життєдіяльності: тех. системи різного призначення, рухомі об'єкти (автомобілі, літаки, гелікоптери, кораблі тощо), задачі у воєн. сфері (перехоплення цілей, взаємодія угруповань), фіз. і мех. процеси на об'єктах промисловості, екон. процеси, пов'язані з вироб-вом, ринк. відносинами тощо, біол. системи (живучість, генет. зв'язки), процеси у соц. сфері (побут. умови, вибори) й адмініструванні в суспільстві (керування на різних рівнях). У житті **людини** трапляються екстремал. і конфліктні ситуації. Сама людина, її нерв. система, фіз. стан є склад. керов. процесами, з якими пов'язаний величез. потік інформації, що вимагає її надій. зберігання, швидкого доступу для ефектив. використання та захисту від несанкціонов. втручань. У будь-яких керов. системах важливим є забезпечення їхнього стабіль. функціонування для прийняття ефектив. (бажано оптималь.) рішень (див. *Оптимальних рішень теорія*). Для цього необхідно прискіпливо досліджувати складні керов. процеси на основі адекват. математичних моделей, що є об'єктом вивчення М. к. Як базовий апарат застосовують методи **математичного аналізу**, **функціонального аналізу**, приклад. **нелінійного аналізу**, **ймовірностей теорії**, алгебричні структури та комп'ютерне моделювання, а саму **динаміку** склад. систем (див. **Динамічних систем теорія**) описують, зазвичай, дискрет. процесами (див. **Дискретний аналіз**), **інтегральними рівняннями**, диференціал. (див. **Диференціальних рівнянь теорія**, **Диференціальна геометрія**, **Інтегральна геометрія**), інтегро-диференціал., диференціально-різницевиими рівняннями, рівняннями з розподіленими параметрами, з дроб. похідними, імпульс. системами, стохастич. процесами, оператор. рівняннями, системами змін. структури та гібрид. системами. Таке розмаїття динаміки викликане бажанням виділити характерні особливості процесів, а також врахувати ту обставину, що складні системи функціонують в різних середовищах (повітряному, водному, в'язко-пруж. тощо). Оскільки керування динаміч. процесами відбувається, як правило, в умовах різної інформованості особами, які приймають рішення, то сама інформація набуває особливого значення, впливаючи на той матем. апарат, що використовують для дослідження. Неповноту доступ. інформації можуть спричиняти неточність вимірювань, отримання її з

запізненням і стохастична природа. Параметри керування, як і фазовий стан, завжди мають певні обмеження, зокрема геом., інтеграл., імпульсні та змішані. Керування вибирають, зазвичай, на основі позицій. інформації (синтез керування), іноді воно є програм. або кусково-програмним. При беззапереч. перевазі зворотнього зв'язку — миттєва реакція на ситуацію, що склалася, — з матем. точки зору можуть бути проблеми, пов'язані з існуванням розв'язку, якщо залежність керування від позиції не є неперервною. В цьому випадку іноді корисним є апарат диференціал. включень, де у правій частині фігурують многозначні відображення (див. **Многовид**). Якість керування склад. системами оцінюють за певними критеріями. Найживаніші — швидкодія, найкоротший шлях, мін. затрати енергії. При цьому іноді досить отримати результат, кращий від того, що був відомий (т. зв. принцип гарантованого результату). Проте останні 60–70 р. великої популярності набула теорія оптималь. керування (отримання найкращого результату). Ключ. матем. методами тут є принцип максимуму Понтрягіна та метод динаміч. програмування Беллмана (див. також **Математичне програмування**). Склад. керов. системам притаманні такі важливі характеристики: керованість (критерій Калмана), спостережливість, стійкість, надійність. Іноді враховують робастну стійкість, коли потрібно аналізувати стійкість певного сімейства, динамічність систем. Термін «робастність» означає грубість в сенсі Андронова-Понтрягіна. Для синтезу систем керування широко застосовують апарат функцій Ляпунова. Принципи оптималь. синтезу ліній. систем керування пов'язані з проблемою збурення псевдо інверс. і проєктив. **матриць** (див. також **Матриць теорія**), з розв'язанням L-проблеми моментів (див. **Моментів проблема**). При дослідж. задач практич. стійкості та стабілізації руху динаміч. систем розроблена структура мінімакс. регуляторів і фільтрів Калмана. Закладені теор. основи синтезу систем керування рухомими об'єктами з інформ. блоком у вигляді безплатформеної інерціал. навігац. системи з застосуванням кватерніонів і бікватерніонів. З метою оцінювання фазового стану та параметрів об'єкта керування розроблено низку стохастич. і детермінов. процедур ідентифікації. Для встановлення конструктив. зв'язків між матем. проблемами теорії керування та класич. математикою корисним виявилось застосування теорії диференційов. многовидів, неперерв. груп і зовн. диференціал. форм до вивчення динаміч. керов. систем, що стало знач. внеском у диференціально-геом. теорію керування. Для певних класів систем керування знайдені мін. інваріантні множини, тобто отримано розв'язання

узагальненої задачі Булгакова про накопичення збурень. Однією з найскладніших є проблема керування системами з розподіленими параметрами. Для рівнянь з частин. похідними поряд з фундам. теорією існує низка методів, орієнтованих на практичне застосування. Це, зокрема, методи скінченних елементів і скінченних різниць. Вони дозволяють розв'язувати задачі фільтрації, тепломасопереносу тощо. Виконані роботи, пов'язані з забезпеченням рівноваги тороїдал. плазми в термоядер. установках токамак за допомогою автоматично керов. попереч. магніт. поля. Дослідж. у галузі керування високотемператур. плазмою стимулювали розвиток заг. методів керування швидкоплин. процесами. Досягнуто знач. прогресу в задачах керування об'єктами, що описують неліній. диференціально-оператор. рівняннями, варіац. нерівностями й еволюц. включеннями, для яких отримано необхідні умови оптимальності. У задачах ідентифікації та керування відомий індуктив. метод — метод груп. врахування аргументів, що мінімізує об'єм апіор. інформації про модель, що досліджують. Важливі застосування мають методи оптимал. керування стохастич. системами (метод стохастич. градієнта), зокрема випадк. процесами та полями. Це стосується фінанс. і страх. математики, розпізнавання образів, оцінювання та прогнозування криз. явищ, прийняття рішень в умовах ризику. Широкі можливості для моделювання процесів надає апарат нечітких множин, методи оптимізації на графах. Надсклад. проблемою є керування динаміч. процесами в умовах конфлікту та невизначеності. Для позначення цього кола питань вживають словосполучення диференціал. ігри, динамічні ігри, серед фахівців популярним є більш заг. термін — «конфліктно-керов. процеси», що охоплює будь-яку динаміку керов. процесу. Класичними для цього наук. напрямку є прямі методи Понтрягіна, метод Айзекса та метод напівгруп. операторів Пшеничного, що базуються на ідеології динаміч. програмування, правило екстремал. прицілювання Красовського — позицій. спосіб переслідування, що обґрунтовує зближення траєкторій за погон. кривою Ейлера, метод розв'язуючих функцій, що обґрунтовує методи паралел. зближення та переслідування за променем, що застосовують проектувальники ракет. і косміч. техніки. У рамках конфліктно-керов. процесів можуть вирішувати такі прикладні задачі: уникнення сутічок рухомих об'єктів (в аеро- та мор. портах), стохастичні задачі пошуку та стеження за рухом, зокрема пошук помилок у комп'ютер. програмах, захист особливо важливих об'єктів, інформації в каналах зв'язку та комп'ютер. програм від несанкціонов. доступу. Важливе застосування ігрових моделей в авіації — безпечні зліт і посадка, «м'яка» посадка; в оборон. галузі — перехоплення цілей для потреб ППО, в косміч. сфері — об'єктів, що рухаються по кругових і еліптич. орбітах. Для підтримки прийняття рішень важливою є проблема **захисту**

інформації — комплексу заходів протидії можливим атакам на інформ. системи для забезпечення конфіденційності. Цю функцію забезпечують методи **криптографії** та **стеганографії**. Для захисту інформації використовують також сучасні методи кібербезпеки, захисту кіберпростору, що утвор. в результаті функціонування комп'ютер. мереж, телекомунікац. каналів, мережі **Інтернет**. Оскільки в задачах керування склад. системами осн. елементом є знаходження екстремал. значень, то переважають методи оптимізації (дискрет., опуклої, стохастич., недиференційов.), зокрема лінійне та квадратичне програмування. Серед них слід виділити градієнтні та суб-градієнтні методи, метод можливих напрямків, лінеаризації, спряжених напрямків, покоординат. спуску, метод Ньютона, методи штраф. і модифіков. функцій Лагранжа. Для прийняття оптимал. рішень за багатьма критеріями відомі принципи рівноваги за Нешем, Парето, Штакельбергом, Джоффріоном, Слейтером. Можливості матем. методів не безмежні. Вони дають принцип. підходи, формують ключ. ідеї, дозволяють зорієнтуватися в розмаїтті можливостей, ілюструючи ефект на модел. прикладах. Проте багато об'єктів і явищ описують надзвичайно склад. співвідношеннями і застосування традиц. матем. методів безпосередньо не дає бажаного результату. Так, напр., якщо об'єкт описують системою з великою кількістю неліній. диференціал. рівнянь, то отримати аналітичні залежності майже неможливо. У цьому випадку використовують методи комп'ютер. моделювання. Сучасні інформ. технології, зокрема методи розпаралелювання процесів, дозволяють на основі чисел. розрахунків і можливостей без даних скласти якісну картину про проходження склад. керов. процесів, надати інформ. підтримку для прийняття рішень. На основі матем. методів і комп'ютер. засобів розробляють проблемно-орієнтовані програмні системи, моделюючи комплекси та тренажери. Широкий спектр методів М. к. та їхнє практичне застосування тісно пов'язані між собою, а також з такими сучас. наук. напрямками, як прикладна математика, екстремал. задачі, теорія прийняття рішень, системний аналіз, дослідж. операцій, **штучний інтелект** та ін.

Рекомендована література

1. N. Wiener. Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine. Cambridge, 1948 (рос. перекл. – Москва, 1968); Глушков В. М. Введение в кибернетику. К., 1964;
2. Його ж. Кібернетика // Енциклопедія кібернетики. К., 1973. Т. 1;
3. Його ж. Словарь по кибернетике. К., 1979;
4. Кунцевич В. М., Чикрий А. А. Управляемые процессы – методы исследования и приложения // КСА. 2003. № 4.

Бібліографічний опис:

Математична кібернетика / А. О. Чикрій // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2018. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-66929>. – Останнє поновлення : 2025.

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).