

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Наук. термін «модель» (від лат. *modulus* — міра, зразок) почали використовувати у 2-й пол. 19 ст. у своїх працях італ. математик Е. Бельтрамі, нім. математик Ф.-Х. Кляйн і франц. математик Ж.-А. Пуанкаре. Модель є матеріал. або уявним, тобто інформ., об'єктом, що в процесі дослідж. заміщує об'єкт-оригінал, при цьому маючи його істотні інформ. властивості. Вибір характеристик визначають відповідно до цілей моделювання. Процес абстрагування від несуттєвих параметрів називають формалізацією — заміною реал. об'єкта або процесу формал. описом. М. м. — спеціал. метод, що дозволяє оцінити недоступні прямим вимірам властивості систем і процесів. Вона є системою матем. співвідношень, що всебічно описують об'єкт дослідж., і джерелом нових відомостей, отриманих з їхньою допомогою. М. м. мають бути властиві адекватність, точність, універсальність, спроможність до визначення оцінок стійкості та чутливості. Вид М. м. залежить від природи реал. об'єкта, завдань дослідж., необхід. достовірності та точності тощо. Донині створ. величезну кількість різноманіт. моделей. Рос. і амер. економіст, лауреат Нобелів. премії В. Леонтьєв на основі закону Вальраса розробив лінійну дискретно-детермінов. модель міжгалуз. балансу виробництва та розподілу продукції: $X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + y_i$, $i = 1, \dots, n$, де X_i — валовий випуск продукції і галузю; a_{ij} — коефіцієнт прямих витрат продукції і галузі на одиницю випуску j галузю; X_j — валовий випуск продукції j галузю; y_i — кінцевий продукт і галузі. Модель відображає виробництво та розподіл сусп. продукту в галузі, міжгалуз. зв'язки, використання матеріал. і труд. ресурсів, створення та розподіл нац. доходу. Модель Мальтуса, що належить до неперервно-детермінов. моделей, — швидкість зростання популяції — диференц. рівняння $x' = ax$, де a — деякий параметр, що визначають різницею між народжуваністю та смертністю. Розв'язком рівняння є експоненціал. функція $x(t) = x_0 e^{at}$. Якщо $a > 0$, то популяція необмежено, швидко зростає, але модель не враховує ресурси. На основі моделі Мальтуса побудовано модель хижак-жертва — розвиток двох

антагоністич. популяцій (модель Лотки-Вольтерра)

$$\begin{cases} x' = (\alpha - cy)x \\ y' = (-\beta + dx)y \end{cases},$$

де x, y — відповідно кількість жертв і хижаків; a, b, c, d — коефіцієнти, що відображають взаємодії між видами. Поведінка системи є структурно нестійкою. Систему моделі гармоніч. осцилятора (або вільних коливань) представляють як масу, підвішену на закріпленій на одному кінці пружині. Її отримали на базі фундам. законів фізики (Ньютона та Гука), а описують ліній. диференц. рівнянням 2-го порядку $m \cdot x'' + k \cdot x = 0$, де k — коефіцієнт пружності, m — маса тіла. Якщо врахувати фактори впливу на коефіцієнт пружності та представити його як $k(x)$, то отримаємо нелінійну модель $x: m \cdot x'' + k(x) \cdot x = 0$. Для моделей у частин. похідних незалеж. змінними є координати. Диференц. рівняння Лапласа

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

описує: розподіл електрич. потенціалу в області простору; стаціонар. розподіл температури в суціль. середовищі; потік ідеал. рідини. Система масового обслуговування (стохаст. модель) — матем. об'єкт, що складається з приладів (каналів) обслуговування замовлень, що надходять у систему через накопичувач з утворення черги або без черги. Для систем із дискрет. станами та часом стаціонар. режим описують системою ліній. рівнянь: $\sum_{i=1}^n i \cdot p_i \cdot r_{ij} = p_j \sum_{i=1, j \neq i}^n p_{ji}$, $\sum_{i=1}^n p_i = 1$; для систем з дискрет. станами та неперерв. часом — системою диференц. рівнянь Колмогорова:

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n p_j(t) \cdot \lambda_{ji}(t) - p_i(t) \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}(t),$$

де p_i — ймовірність перебування системи у стані i ; p_{ij} — перехідні ймовірності; λ_{ij} — інтенсивність потоку із стану i в стан j .

В. М. Михайленко, О. В. Горда

Бібліографічний опис:

Математична модель / В. М. Михайленко, О. В. Горда // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2018. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-67448>. – Останнє поновлення : 2025.

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).