



МОДЕЛЮВАННЯ МАТЕМАТИЧНЕ — процес розроблення математичної моделі; мистецтво перенесення завдань зі сфери застосування у математичні формулювання, теоретичний і чисельний аналіз яких дає уявлення, відповіді та вказівки, корисні для практичної діяльності. Моделювання у широкому сенсі є дослідж. певного об'єкта або групи об'єктів шляхом побудови та вивчення їхніх моделей. На ідеї моделювання базується будь-який метод дослідж., при цьому у теор. методах застосовують переважно абстрактні моделі, а в експериментальних — предметні. При дослідж. складне явище замінюють спрощеною копією або схемою, іноді така копія слугує лише для того, щоб запам'ятати і наступ. разу впізнати це явище. Іноді побудована схема, відображаючи лише суттєві риси, дозволяє пізнавати механізм явища, дає можливість передбачати його зміну. Одному і тому ж явищу можуть відповідати різні моделі. Завдання дослідника — передбачити характер явища та динаміку процесу. Іноді буває, що об'єкт доступний, але проведення експериментів з ним потребує знач. фінансів або може призвести до серйоз. екол. наслідків, тому застосовують модель. У наук. дослідж. предметом вивчення, зазвичай, є не одне конкретне явище, а низка подіб. явищ, що передбачає необхідність формулювання заг. тверджень, що називають законами. Природно, що при цьому багатьма деталями нехтують. Для того, щоб більш чітко визначити закономірність дослідники свідомо йдуть на узагальнення, ідеалізацію, схематичність, тобто досліджують не безпосередньо явище, а його копію або модель. М. м. і пов'язаний з ним комп'ютер. експеримент застосовують у випадках, коли натурні дослідження є неможливими або нераціональними. Осн. етапи М. м.: постановка задачі, вивчення теор. основ і збір інформації про об'єкт, формалізація (побудова моделі), вибір методу розв'язання, реалізація моделі, аналіз отриманої інформації, перевірка адекватності реал. об'єкту, модифікація моделі. На 1-му етапі визначають шляхи побудови заг. підходу до розв'язання проблеми, що досліджується. При цьому необхідне глибоке розуміння сутності сформульованої задачі. Часто правильно поставити задачу не менш складно, ніж її розв'язати. Постановка задачі — процес не формальний, і для його реалізації не існує усталених правил. На наступ. етапі підбирають або розробляють необхідну теорію. Якщо її немає, то встановлюють причинно-наслідк. зв'язки між змінними, що описують об'єкт. Визначають вхідні та вихідні дані, приймають спрощуючі припущення. На етапі формалізації (побудови моделі) задають певний «нематем. об'єкт» — явище природи, конструкція, екон. план, вироб. процес

тощо. Спочатку визначають осн. властивості явища та зв'язки між ними на якіс. рівні. Потім визначені якісні залежності формулюють мовою математики, тобто будують матем. модель. Встановлюють клас задач, до яких може бути застосована побудована матем. модель. Значення параметрів на цьому етапі ще можуть бути не конкретизовані. На етапі вибору методу розв'язання остаточно встановлюють значення параметрів моделей з урахуванням умов функціонування об'єкта. Для сформульованої матем. задачі вибирають метод розв'язання або розробляють спец. метод. При виборі методу враховують знання користувача, його пріоритети, а також пріоритети розробника. Під час реалізації моделі осн. увагу приділяють розробленню алгоритмів і чисел. методів розв'язання задачі. Побудувавши алгоритм, розробляють комп'ютерну програму, що після тестування дає можливість отримати розв'язок задачі. Аналіз отриманої інформації — інтерпретування мовою приклад. галузі результатів, отриманих за допомогою матем. моделі. На цьому етапі зіставляють отриманий і передбачуваний розв'язок, здійснюють аналіз похибки моделювання. Результати, отримані при моделюванні, зіставляють з наявною інформацією про об'єкт або виконують обчислюв. експеримент і його результати порівнюють із розрахунковими. На етапі модифікації моделі відбувається ускладнення моделі для досягнення її адекватності або спрощення заради отримання прийняттого для практ. застосування розв'язку. Процес моделювання є ітеративним. У разі незадовіл. результатів етапів аналізу отриманої інформації або перевірки адекватності реал. об'єкту повертаються до одного із поперед. етапів, що міг призвести до розроблення невдалої моделі. Матем. модель дає можливість пояснити явище та вивчити вплив різних факторів на нього, а також зробити прогнози щодо поведінки у майбутньому. Разом з тим, матем. модель — це опис системи з використанням матем. понять і мови. Матем. моделі можуть мати багато форм, зокрема динамічні системи, статистичні моделі, диференціаль. рівняння або ігрові теор. моделі. Ці та ін. типи моделей можуть перекриватися, причому модель може містити різноманітні абстрактні структури. Загалом, матем. моделі можуть містити і логічні моделі. У багатьох випадках якість М. м. залежить від того, наскільки ґрунтовними є теор. основи, закладені при побудові матем. моделі та наскільки результати М. м. узгоджуються з результатами повторюваних натур. експериментів. Відсутність узгодження теор. матем. моделей і експерим. вимірювань часто призводить до важливих наук. і практ. результатів, оскільки такі розбіжності можуть

служувати підставою для глибокого вивчення та аналізу природи процесів. Осн. вимоги при побудові матем. моделей: універсальність (характеризує повноту відображення моделлю осн. властивостей досліджуваного об'єкта), адекватність (здатність відображати потрібні властивості об'єкта з похибкою, що не перевищує наперед задану), точність (оцінюють ступенем збігу значень характеристик реал. об'єкта і значень цих характеристик, отриманих за допомогою матем. моделей), економічність (визначається затратами ресурсів комп'ютера: пам'яті, часу на її реалізацію та експлуатацію). Матем. моделі складаються переважно з відношень і змінних. Відношення можуть бути описані операторами (алгебраїчні оператори, функції, диференціаль. оператори тощо). Критерії класифікації можуть бути використані для матем. моделей відповідно до їхньої структури. Якщо всі оператори в матем. моделі є лінійними, то отриману матем. модель визначають як лінійну. Модель вважають нелінійною в ін. випадку. Визначення лінійності і нелінійності залежить від контексту, і лінійні моделі можуть містити нелінійні вирази. Напр., у статистич. ліній. моделі передбачається, що відношення є лінійними за параметрами, але воно може бути нелінійним у предиктор. змінних. Аналогічно диференціаль. рівняння називають лінійними, якщо воно може бути записано з ліній. диференціаль. операторами, але в ньому можуть бути нелінійні вирази. У задачі матем. програмування, якщо цільові функції і обмеження представлені повністю ліній. рівняннями, то задачу розглядають як лінійну. Якщо одна або більше цільових функцій чи обмежень представлені неліній. рівняннями, то модель відома як нелінійна. Нелінійність, навіть у досить простих системах, часто пов'язана з такими явищами, як хаос і незворотність. Хоча є винятки, нелінійні системи та моделі переважно важче вивчати, ніж лінійні. Динамічна модель враховує зміну стану системи залежно від часу, тоді як статична (або стаціонарна) модель описує систему в рівновазі і, отже, є інваріантною. Динамічні моделі, зазвичай, представлені диференціаль. або різницевиими рівняннями. Якщо всі вхідні параметри заг. моделі відомі, а вихідні параметри можуть бути розраховані кінц. серіями обчислень, модель вважають явною. В ін. випадку модель називають неявною. Напр., фіз. властивості реактив. двигуна, зокрема ділянки горловини турбіни і сопла, можуть бути чітко розраховані з урахуванням

термодинаміч. циклу конструкції (витрати повітря, потоку палива, тиску і т-ри) при конкрет. умовах польоту та потужності, але робочі цикли двигуна при ін. умовах польоту і потужності не можна явно обчислити, спираючись на фіз. властивості. Дискретна модель описує об'єкти як дискретні (частинки в молекуляр. моделі або стани в статистич. моделі); а неперервна модель представляє об'єкти неперервно, напр., поле швидкості рідини в потоках, температури і напруги в твердому тілі чи електричне поле, що неперервно діє по всьому тілу за рахунок точк. заряду. Детермінована модель є такою, в якій кожен набір змін. станів однозначно визначається параметрами та наборами поперед. станів змінних; отже, детермінована модель завжди описує однакову траєкторію для заданого набору початк. умов. І навпаки, в стохастич. моделі має місце випадковість, і змінні стани не описуються унікаль. значеннями, а радше розподілами ймовірностей. Дедуктивна модель є логіч. структурою, що ґрунтується на теорії. Індуктивна модель виникає з емпірич. висновків і узагальнень з них. Плаваюча модель не спирається ні на теорію, ні на спостереження, а є лише прикладом очікуваної структури.

Рекомендована література

1. E. A. Bender. An Introduction to Mathematical Modeling. New York, 1978;
2. 2000;
3. Скурихин В. Н., Шифрин В. Б., Дубровский В. В. Математическое моделирование. К., 1983;
4. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. Москва, 2001;
5. E. Winsberg. Simulations, Models and Theories: Complex Physical Systems and their Representations // Philosophy of Science. 2001. Vol. 68;
6. Трусев П. В. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособ. Москва, 2005;
7. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології: Наук. зб. Вип. 12. Л., 2010;
8. M. Weisberg. Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World. Oxford, 2013.

В. Р. Кулян, О. О. Юнькова

Бібліографічний опис:

Моделювання математичне / В. Р. Кулян, О. О. Юнькова // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2019. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-68272>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України (докладніше).