ISBN 966-02-2074-X

МОМЕ́НТІВ ПРОБЛЕ́МА . Термін «М. п.» ввів 1894–95 нідерланд. математик Т. Стілтьєс. Саму задачу поставив 1873 рос. математик П. Чебишев, а згодом у дещо ін. формі — рос. математик А. Марков. Назва «М. п.» походить з понять фіз. величин: маса, момент сили, момент інерції (3 перші мех. моменти).

У сучас. розумінні М. п. полягає у відшуканні для наперед заданої послідовності $\{c_n\}\infty_{n=1}$, $c_n \in R$, міри dρ(x) такої, що ця послідовність зображується у вигляді $c_n = \int_R x^n d\rho(x)$, $n \in N_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$. Таку проблему прийнято називати класичною або М. п. Гамбургера. Якщо замість дійс. осі R брати піввісь R = (0, ∞), то цю проблему називають М. п. Стілтьєса. Якщо N0 замінити на множину Z цілих чисел, то для назви проблеми вживають термін «сильна (відповідна) М. п.».

Розв’язування М. п. поділяють на 2 частини. У першій з’ясовують, чи існує міра dρ(x) для заданої послідовності, а у другій (у разі, якщо міра існує) досліджують питання її єдиності і у разі неєдиності описують усі такі міри.

Вивченням класич. М. п. методами теорії функцій та деяких їх узагальнень займалися фінський математик Р. Неванлінна, швед. математики М. Рісс і Т. Карлеман, нім. математик Е. Гелінґер. Сучас. підхід до розв’язування М. п. ґрунтується на методах теорії ліній. операторів у гільберт. просторі. У витоків підходу були укр. математики Н. Ахієзер і М. Крейн. Логіч. завершення метод теорії операторів набув у працях укр. математика Ю. Березанського, який залучив до розв’язання М. п. теорію розкладів за узагальненими влас. векторами.

До М. п. прилягає ряд суміж. задач, зокрема й апроксимація Паде, інтерполяційна проблема Неванлінни–Піка. При розв’язуванні класич. М. п. логічно виникають матриці Якобі та ортогональні за мірою dρ(x) поліноми, дослідж. яких є більш широкою задачею.

Нині відомі численні узагальнення М. п. на такі випадки: багатовимірна (нескінченна) М. п. — шукається міра у n-вимірному (нескінченновимірному) евклідов. просторі R^n; комплексна М. п. — шукається міра на комплекс. площині C, зокрема тригонометрична М. п., коли міра шукається на одинич. колі комплекс. площини; матрична М. п. — шукається матрична міра для випадку, коли замість чисел cn задано матриці та як узагальнення операторна М. п., коли замість матриць задано набір самоспряжених операторів; поліноміал. М. п. — коли замість степенів x_n розглядається довіл. набір поліномів $P_n(x)$, $x \in R^n$, $n \in N$; зображення позитивно визначених ядер, коли замість чисел cn розглядають деякі функціонали. Окремий інтерес становить усічена М. п. відшукання відповід. міри для заданої скінченної кількості чисел c_n, $n < \infty$. Задача у такій постановці є переважно приклад. обчислювал. характеру і стосується нерозв’язаних випадків відповід. М. п. у цілому.

Знач. внесок в один або декілька варіантів М. п. зробили укр. математики М. Лівшиць, Я. Тамаркін, амер. математики А. Девінац, Дж.-А. Шохат, Б. Саймон, данські математики Б. Фуґлід, Т.-М. Бісґаард, нім. математик К. Шмудґен, польс. математик Я. Штохель.

Рекомендована література

1. J. A. Shohat, J. D. Tamarkin. The problem of moments // Mathematical surveys. 1943. № 1;
2. Ахиезер Н. И. Классическая проблема моментов и некоторые вопросы анализа, связанные с нею. Москва, 1961;
3. Березанский Ю. М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. К., 1965;
4. B. Simon. The classical moment problem as a self-adjoint finite differential operator // Advances Math. 1998. Vol. 137.

М. Є. Дудкін, *В. І. Козак*

Бібліографічний опис:
Моментів проблема / М. Є. Дудкін, В. І. Козак // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2019. — Режим доступу: https://esu.com.ua/article-69336

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України (докладніше).