



МНОГОВИД

Топологіч. многовид розмірності n – це ґаусдорф. топологіч. простір зі зліченою базою, кожна точка якого має окіл, що є гомеоморфним евклід. простору R^n . Число n називають розмірністю многовиду. Більш формально, ґаусдорф. топологіч. простір M називають n -вимір. топологіч. многовидом, якщо для будь-якої точки $p \in M$ існує відкритий окіл $U_p \in M$ та гомеоморфізм $x_p: U_p \rightarrow D_n(0, r)$, де $D_n(0, r) = \{y \in R^n \mid |y| < r\}$ – n -вимірний куля радіуса r з центром у початку координат. Пару (U_p, x_p) називають картою, а сукупність карт – атласом. Таким чином, кожній точці p многовиду M відповідає набір дійсн. чисел $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ у карті (U_p, x_p) . Множину $A = \{(U_p, f_p)\}$, $p \in A$ називають C^k -атласом многовиду M $k \geq 0$, якщо виконані такі умови: $M = \bigcup_{p \in A} U_p$, тобто множини U_p покривають M ; для будь-яких $p, q \in A$ таких, що $U_p \cap U_q \neq \emptyset$ відображення $x_q \circ x_p^{-1}: x_p(U_p \cap U_q) \rightarrow x_q(U_p \cap U_q)$ є диференційовним класу k . Такі відображення є перетворенням координат на множині $U_p \cap U_q$. Два C^k -атласи називають еквівалентними, якщо їх об'єднання є C^k -атласом. Сукупність C^k -атласів розбивається на класи еквівалентності, які називають C^k -структурами. Топологіч. многовид M із заданому на ньому C^k -структурою називають C^k -многовидом. Многовид із заданому на ньому C^∞ -структурою називають гладким. Коло – одновимір. многовид; тор – двовимір. многовид; евклід. простір R^n має природну структуру n -вимір. многовиду; сфера $S^n = \{x \in R^{n+1} \mid |x| = 1\}$ розмірності n – гладкий многовид. Нехай M – многовид розмірності m . Підпростір N називають n -вимір. підмноговидом M , якщо для кожної точки $p \in N$ існує така карта (U_p, x_p) , що $x_p(N \cap U_p) = \{p \in U \mid x_{n+1}(p) = x_{n+2}(p) = \dots = x_m(p) = 0\}$.

Нехай k – алгебрично замкнене поле. Позначимо через A^k n -вимір. афін. простір над k , тобто множину n -ок $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $a_i \in k$ і $A = k[x_1, x_2, \dots, x_n]$. Підмножину $X \subset A^k$ називають афін. алгебрич. многовидом, якщо вона збігається з множиною спіл. нулів деякої множини многочленів $S \subset A$. n -вимір. проектив. простором P^n над k називають фактор-простір $A^k \setminus \{0\} / \sim$, де $(a_0, a_1, \dots, a_n) \sim (b_0, b_1, \dots, b_n)$ тоді і тільки тоді, коли $a_i = \lambda b_i$, $\lambda \neq 0$, $i = 0, 1, \dots, n$. Клас еквівалентності $a = (a_0, a_1, \dots, a_n)$ в P^n позначають через $(a_0 : a_1 : \dots : a_n)$. Елементи a_i називають однорідними координатами точки $a \in P^n$. Оскільки проективні координати визначені з точністю до спіл. множника, то коректно можна визначити нулі лише однорід. многочленів. Таким чином, якщо f є однорідним і $f(a_0, a_1, \dots, a_n) = 0$, то $f(\lambda a_0, \lambda a_1, \dots, \lambda a_n) = 0$ тобто $f(a) = 0$ для точки $a \in P^n$. Підмножиною $X \in P^n$ називають проектив. алгебрич. многовидом, якщо X збігається з деякою множиною спіл. нулів однорід. многочленів. Часто гладкі многовиди наділяють додатк. структурами: рімановою метрикою, симплектич., контакт. та комплекс. структурами. Такі оснащення впливають на низку геом. властивостей многовиду, напр., на розмірність.

Літ.: Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т. Современная геометрия. Методы и приложения. Москва, 1986; D. Cox, J. Little, D. O'Shea. Ideals, Varieties, and Algorithms. 1997; Дрозд Ю. А. Вступ до алгебричної геометрії. Л., 2004.

Б. Г. Феценко

Б. Г. Феценко

Бібліографічний опис:

Многовид / Б. Г. Феценко // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2019. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-69339>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України (докладніше).