



НАБЛИЖЕНЬ ТЕОРІЯ — галузь математичного аналізу. Виникла як результат внутр. розвитку матем. науки та її практ. застосування. У термінах поняття функції відображається одна з фундам. ідей — наближення (або заміна) склад. об'єктів більш простими й зручними в користуванні. Ідеї наближення існували в математиці віддавна, але формування осн. понять Н. т. почалося від серед. 19 ст. Так, у 1850-х рр. відомий рос. математик П. Чебишов увів поняття найкращого наближення неперервної на відрізку функції за допомогою алгебрич. поліномів заданого степеня в рівномірній метриці. Крім наближення функцій многочленами, П. Чебишов розглядав найкращі наближення рац. дробами, наближення інтерполяц. многочленами, а також квадратурні формули. Ін. напрям у теорії наближення функцій (Т. н. ф.) веде свій початок від теореми нім. математика К. Вейерштрасса (1885), згідно з якою кожному неперервному на відрізку функцію можна як завгодно точно наблизити поліномами. Від поч. 20 ст. проводять системат. дослідж., пов'язані зі швидкістю спадання послідовності найкращих наближень функцій. У перших роботах бельгій. математика Ш.-Ж. Валле-Пуссена та франц. вченого А. Лебега було виявлено, що швидкість спадання величини найкращого наближення пов'язана з гладкіс. властивостями функції, і тому природньо постало питання про вивчення цієї залежності. Знач. вплив на подальший розвиток Т. н. ф. мали прямі й обернені теореми, одержані 1911–12 С. Бернштейном і амер. математиком Д. Джексоном. Так, прямі теореми Т. н. ф. встановлюють зв'язок оцінки похибки наближення функцій із її гладкіс. характеристиками: наявністю похідних певного порядку, модулем неперервності чи модулем гладкості самої функції чи деякої її похідної. Зі свого боку обернені теореми Т. н. ф. характеризують диференціал.-різницеві властивості функцій, що базуються на швидкості спадання до нуля її найкращих (чи якихось ін.) наближень. У заг. постановці задачі Т. н. ф. можна виділити такі осн. частини: вибір множини A , до якої належать наближаючі агрегати; вибір міри похибки наближення; вибір методу наближення (тобто правила, згідно з яким кожній функції ставиться у відповідність деякий елемент із множини A); оцінка похибки наближення. Класич. апаратом наближення функцій є поліноми (тригонометр. у періодич. випадку й алгебричні в неперіодич.). У низці практ. задач ефективнішим є використання сплайнів, а в деяких випадках, зокрема при наближенні в необмежених областях, зручним апаратом є рац. дробі. Для наближення неперіодич. функцій, заданих на всій дійс. осі, використовують цілі функції експоненціал. типу. При виборі міри похибки на-

ближення враховують належність функцій до функціонал. просторів із відповід. метрикою. Розглядають рівномірні (або чебишов.), середньостепеневі наближення (зокрема, наближення в середньому і середньоквадратичне наближення), інтерполяцію. Методи Н. т. поділяють на лінійні та нелінійні. Особливістю ліній. апроксимації є те, що наближення здійснюється за допомогою елементів із заданого ліній. підпростору скінченної розмірності. Це — наближення сумами Фур'є, ліній. методами підсумовування рядів Фур'є (методи Фейєра, Рісса, Бернштейна, Рогозинського, Валле-Пуссена та ін.). При дослідж. питань оптимал. вибору відповід. ліній. підпростору, виникають задачі про поперечники (колмогорів., ліній., ортопроект., тригонометр., бернштейнів., гельфандів. та ін.). Розвиток науки й техніки спричинив активне вивчення методів неліній. апроксимації, що сприяли підвищенню ефективності обчислень у практ. задачах інженерії, біології, медицини, а також при кодуванні й передачі інформації та статист. розрахунках. Сюди належать M -членні (розріджені) та білінійні наближення, гріди алгоритми та ін. Щодо Т. н. ф. комплекс. змінної, то вона тісно пов'язана з ін. розділами комплекс. аналізу, зокрема з теорією конформ. відображень, інтеграл. представленнями, теорією потенціалу. Її осн. метою є вивчення питань апроксимації функцій комплекс. змінної аналіт. функціями зі спец. класів. З розвитком функціонального аналізу виникали все більш заг. постановки задач Н. т., зокрема щодо наближення елементів довіль. метр. простору X . При цьому виділяють три осн. типи задач: найкраще наближення елемента $x \in X$ фіксованою множиною $A \subseteq X$; найкраще наближення заданої множини $N \subseteq X$ фіксованою множиною $A \subseteq X$; найкраще наближення заданої множини $N \subseteq X$ сукупністю апроксимуючих підмножин $M \subseteq X$. Серед фундаторів Т. н. ф. в Україні — Н. Ахієзер, М. Кравчук, М. Лаврентьєв, С. Нікольський, Є. Ремез, В. Дзядик, М. Корнійчук, О. Степанець.

Рекомендована література

1. Тихомиров В. М. Некоторые вопросы теории приближения. Москва, 1976;
2. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. Москва, 1977;
3. Корнейчук Н. П. Точные константы в теории приближения. Москва, 1987;
4. Степанец А. И. Методы теории приближений: В 2 ч. К., 2002;
5. V. N. Temlyakov. Multivariate approximation. Cambridge, 2018.

Бібліографічний опис:

Наближень теорія / К. В. Пожарська // Енциклопедія Сучасної України [Електронний ресурс] / Редкол.: І. М. Дзюба, А. І. Жуковський, М. Г. Железняк [та ін.] ; НАН України, НТШ. — К. : Інститут енциклопедичних досліджень НАН України, 2020. — Режим доступу: <https://esu.com.ua/article-71385>

2001-2025 © Ця енциклопедична стаття захищена авторським правом згідно з чинним законодавством України ([докладніше](#)).